

## Chapitre XXII

# RAYONNEMENT ET DIFFUSION.

Joël SORNETTE vous prie de ne pas utiliser son cours à des fins professionnelles ou commerciales sans autorisation.

*La Terre est bleue comme une orange.*

PAUL ÉLUARD.

*Jusqu'à présent, nous avons étudié la propagation d'ondes électromagnétiques sans les relier aux charges et courants qui les génèrent. Ce problème est ardu et nous nous contenterons d'en donner la solution dans le cas le plus simple, celui du dipôle oscillant et d'en dégager le contenu physique. Il permettra en exercice d'étudier le rayonnement d'une antenne simple.*

*Nous étudierons aussi la manière dont l'atmosphère, et plus généralement la matière, interagit avec les ondes électromagnétiques en les absorbant et les réémettant. Nous terminerons par une envolée bucolique en démontrant, preuves à l'appui, que le ciel est bleu et que le soleil couchant est rouge et en évoquant le mythique rayon vert. Si après cela, vous n'aimez toujours pas la physique, c'est que vous n'avez pas l'âme d'un poète.*

### XXII-1 Rayonnement du dipôle oscillant

#### XXII-1.a Le dipôle oscillant

On rappelle (cf cours sur les diélectriques) qu'un ensemble de charges électriquement neutre se comporte comme un dipôle de moment :

$$\vec{p} = \sum q_k \overrightarrow{OM_k}$$

où, puisque cette définition est indépendante du choix de  $O$ , on choisit judicieusement  $O$  en plein milieu des charges. Un dipôle est oscillant si son moment dipolaire varie de façon sinusoïdale dans le temps avec une direction fixe, soit :

$$\vec{p} = \vec{p}_0 \cos(\omega t)$$

et si sa taille est petite devant la longueur d'onde de son rayonnement (sinon, on parle plutôt d'*antenne*), soit :

$$\forall k \|\vec{OM}_k\| \ll \lambda$$

où, provisoirement, faute de connaître le rayonnement émis, la longueur d'onde est définie comme celle d'une onde progressive de même pulsation et l'on comprendra pourquoi plus loin.

On supposera en outre qu'on est dans le vide.

Dans le cas d'une lampe spectrale, les dipôles ont la taille atomique de l'ordre de 0,1 nm et l'onde lumineuse émise une longueur d'onde entre 400 et 800 nm ; le modèle du dipôle oscillant est un bon modèle.

Par contre pour les émissions hertziennes, l'antenne émettrice est siège d'une onde stationnaire avec un nœud d'intensité à ses deux extrémités (forcément, non ?) donc sa longueur est d'une demi-onde et le modèle n'est pas bon.

### XXII-1.b Zone de rayonnement

On dit qu'on est dans la zone de rayonnement d'un dipôle oscillant (ou d'une antenne) si l'on se trouve à une distance  $r$  du dipôle (ou de l'antenne) grande devant la longueur d'onde.

Pour une lampe spectrale ( $\lambda \approx 600$  nm), on est dans la zone de rayonnement à 1 mm de la lampe !

Pour Radio-Classique (101.1 MHz soit  $\lambda \approx 3$  m) dont l'émetteur parisien est en haut de la tour Eiffel, on est dans la zone de rayonnement au pied de celle-ci.

Enfin pour les "grandes ondes" (longueur d'onde de l'ordre du kilomètre et émetteur unique pour tout un pays), on n'est dans la zone de rayonnement qu'au delà d'une centaine de kilomètres. La zone de rayonnement de la B.B.C. commence à Calais (my God!).

### XXII-1.c Le champ électromagnétique dans la zone de rayonnement du dipôle oscillant

On se replongera, si nécessaire, sur la description de la base locale en coordonnées sphériques, en fin du chapitre sur l'analyse vectorielle.

On se place donc sous la double hypothèse :  $\sup \|\vec{OM}_k\| \ll \lambda \ll r$ .

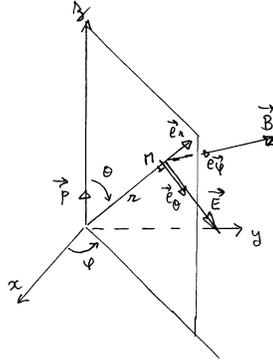
On choisit l'axe  $Oz$  dans la direction du dipôle de sorte que :

$$\vec{p} = p_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$$

Nous admettrons que le champ électromagnétique en un point  $M$  de coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$ , exprimé relativement à la base locale  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$  est :

$$\vec{E}(M, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r} \ddot{p}(t - r/c) \vec{e}_\theta = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r} \omega^2 p_0 \cos(\omega(t - r/c)) \vec{e}_\theta$$

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\mu_0}{4\pi c} \frac{\sin \theta}{r} \ddot{p}(t - r/c) \vec{e}_\varphi = -\frac{\mu_0}{4\pi c} \frac{\sin \theta}{r} \omega^2 p_0 \cos(\omega(t - r/c)) \vec{e}_\varphi$$



De nombreux commentaires s'imposent :

- L'onde est proportionnelle à la dérivée seconde du moment, donc à l'accélération des charges. Seules des charges accélérées rayonnent. Retenons donc bien qu'une charge, même immobile, est source de champ électrique, qu'elle doit avoir une vitesse pour être source de champ magnétique et une accélération pour être source d'onde électro-magnétique. Remarquons aussi qu'on parle d'accélération vectorielle, une charge en mouvement circulaire uniforme a une accélération et rayonne, c'est le cas d'un paquet de protons tournant comme des fous à l'intérieur d'un cyclotron. Ce devrait être le cas d'un électron tournant autour du noyau, la contradiction entre cette prédiction et la réalité a conduit à l'élaboration de la mécanique quantique.
- Le terme sinusoidal montre qu'on a affaire à un phénomène propagatif dans la direction radiale de vecteur unitaire  $\vec{e}_r$  et dont les surfaces d'onde sont sphériques.
- On retrouve la structure trirectangle d'une onde plane dans le vide puisqu'on vérifie aisément que  $\vec{B} = (1/c) \vec{e}_r \wedge \vec{E}$ . Dans une région de l'espace de taille petite devant  $r$ , on peut donc considérer que l'onde est plane, mais ce n'est pas vrai à plus grande échelle : on parle d'onde localement plane.
- En un point donné, les directions des champs sont fixes dans le temps ; localement, on a donc affaire à une onde polarisée rectilignement.
- L'amplitude des ondes varie en  $1/r$ , alors qu'en électrostatique et magnétostatique, les champs créés par des charges et des courants varient en  $1/r^2$ . On en verra plus loin les conséquences énergétiques.
- Le rayonnement est anisotrope du fait de la présence du facteur  $\sin \theta$ , il est nul sur l'axe  $Oz$  ( $\theta = 0$  ou  $\pi$ ), il est maximal dans les directions du plan  $Oxy$  ( $\theta = \pi/2$ ).

**XXII-1.d Puissance rayonnée**

Le vecteur de POYNTING s'écrit :

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B} = \frac{\mu_0}{16 \pi^2 c} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \omega^4 p_0^2 \cos^2(\omega(t - r/c)) \vec{e}_r$$

soit en moyenne dans le temps :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{\mu_0}{32 \pi^2 c} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \omega^4 p_0^2 \vec{e}_r$$

On y retrouve bien sûr l'anisotropie du rayonnement.

Calculons la puissance moyenne émise à travers une sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$ , soit :

$$\mathcal{P} = \oint \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot d\vec{S}$$

soit en reportant l'expression de  $\langle \vec{\Pi} \rangle$  et avec  $d\vec{S} = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \vec{e}_r$  (se faire expliquer si nécessaire) et en simplifiant par  $r^2$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \oint \frac{\mu_0}{32 \pi^2 c} \sin^2 \theta \omega^4 p_0^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \dots \\ \dots &= \frac{\mu_0}{32 \pi^2 c} \omega^4 p_0^2 \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_{-\pi}^\pi d\varphi = \frac{\mu_0}{32 \pi^2 c} \omega^4 p_0^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot (2\pi) = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12 \pi c} \end{aligned}$$

Le calcul de  $I = \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta$  se mène ainsi : on effectue le changement de variable défini par  $u = -\cos \theta$  d'où  $du = \sin \theta d\theta$  ; on en tire :

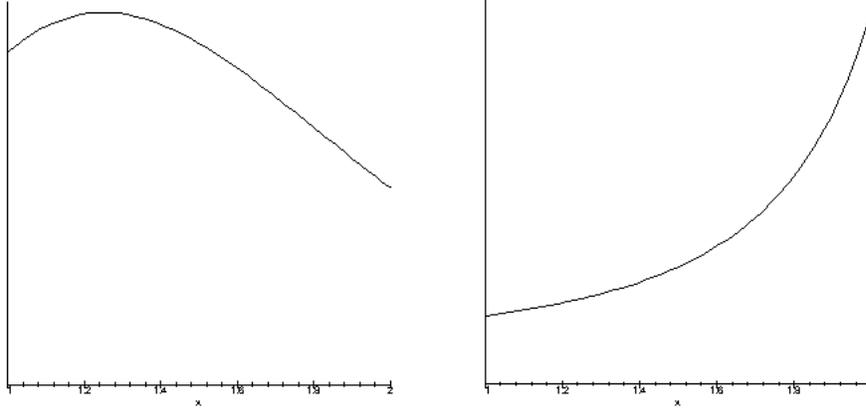
$$I = \int_{-1}^1 (1 - u^2) u du = \left[ u - \frac{u^3}{3} \right]_{-1}^1 = \frac{4}{3}$$

Revenons au résultat : la conséquence logique de la décroissance en  $1/r$  des champs est que la puissance rayonnée à travers une sphère est indépendante de son rayon. Cette décroissance en  $1/r$  ne traduit donc nullement une absorption mais une répartition de la puissance sur une sphère de surface croissant en  $r^2$ . Il y a conservation de l'énergie.

**XXII-2 Diffusion RAYLEIGH****XXII-2.a Le rayonnement solaire**

La puissance surfacique émise par le soleil n'est pas également répartie dans le spectre. Si l'on appelle  $\mathcal{P}_s$  la densité spectrale énergétique, définie de sorte que  $\mathcal{P}_s d\omega$  soit la puissance surfacique émise correspondant à l'intervalle de pulsations  $[\omega, \omega + d\omega]$ , celle-ci est conforme à une théorie thermodynamique dite rayonnement du corps noir, paramétrée par une température, ici la température de la surface solaire (environ 6000 K). La formule correspondante n'est pas au programme et ne figure donc pas ici. Par contre ci-dessous

à gauche, la figure la courbe donnant  $\mathcal{P}_s$ , en unités arbitraires, en fonction de  $\omega$  entre  $\omega_{min} = \omega_{rouge}$  et  $\omega_{max} = \omega_{violet} \approx 2\omega_{min}$ , l'unité en abscisses est choisie égale à  $\omega_{min}$ .



### XXII-2.b Le dipôle oscillant excité

Sous l'action du champ électromagnétique solaire, les molécules d'azote et d'oxygène se déforment. Il se trouve que le modèle de l'électron élastiquement lié donne de bons résultats, tout au moins dans la partie visible du spectre électromagnétique. Reprenons donc les résultats de cette étude que nous vous invitons à relire. Sous l'action d'un champ  $\underline{E}_0 \exp(j\omega t) \vec{e}_z$ , la molécule se comporte comme un dipôle de moment  $\underline{\alpha} \underline{E}_0 \exp(j\omega t) \vec{e}_z$  avec  $\alpha = \frac{e^2}{(k-m\omega^2)+j\omega\lambda}$ . Il faut identifier ce résultat avec la notation  $p_0 \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_z$  définie plus haut (à la phase à l'origine près). On a donc  $p_0 = |\underline{\alpha}| E_0$  et donc  $p_0^2 = |\underline{\alpha}|^2 E_0^2$  où  $E_0^2$  est proportionnel à la puissance surfacique de la lumière solaire ( $\vec{\Pi} = (1/\mu_0 c) \vec{E} \wedge \vec{B}$ ). Ci-dessus à droite, la courbe donnant  $|\underline{\alpha}|^2$  en fonction de  $\omega$ , dans le même intervalle et avec les mêmes unités que la courbe précédente. La pulsation de résonance est dans l'ultra-violet à  $6.10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$  (correspondant à 314 nm).

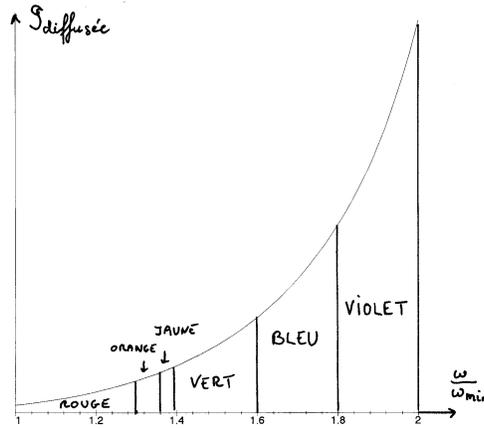
### XXII-2.c Le rayonnement du dipôle excité

#### Le bleu du ciel

Les molécules de l'atmosphère, excitées par le rayonnement solaire rayonnent à leur tour une puissance (cf *supra*) :

$$\mathcal{P}_{dip} = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12 \pi c} = C^{te} \omega^4 p_0^2 = C^{te} \omega^4 |\underline{\alpha}|^2 E_0^2 = C^{te} \omega^4 |\underline{\alpha}|^2 \mathcal{P}_s$$

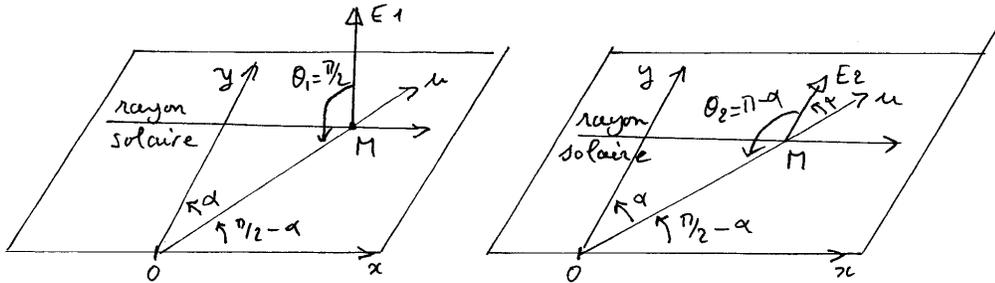
Il est aisé, par multiplication de  $\omega^4$  (facteur qui varie d'un facteur  $2^4 = 16$  entre  $\omega_{min}$  et  $\omega_{max}$ ),  $|\underline{\alpha}|^2$  et  $\mathcal{P}_s$ , de tracer le graphe de  $\mathcal{P}_{dip}$  en fonction de  $\omega$ , toujours avec les mêmes conventions.



On remarque aisément que l'essentiel de l'énergie est rayonnée dans le violet et le bleu, ce qui explique la couleur du ciel, tout au moins lorsqu'il ne contient rien d'autre (pollution urbaine, particules en suspension, gouttelettes d'eau ou cristaux de glace) que de l'oxygène et de l'azote. La croissance rapide de la courbe est, bien sûr, essentiellement due au facteur  $\omega^4$  dans la puissance rayonnée par le dipôle ;

### Polarisation du ciel bleu

Je suis au point  $O$  et je regarde le ciel dans une direction  $Ou$ , le soleil est à l'infini dans la direction de  $Ox$ , côté négatif, et envoie ses rayons parallèlement à  $Ox$ . Notons  $\pi/2 - \alpha$  l'angle entre  $Ox$  et  $Ou$  et faisons une figure du plan  $xOu$ .



On peut considérer que le rayonnement solaire est composé de deux rayonnements polarisés rectilignement, incohérents, de même amplitude, l'un dans la direction ortho-gonale au plan (soit  $Oz$ ) et l'autre dans le plan (soit selon  $Oy$ ). Soit un dipôle en un point  $M$  de  $Ou$  excité par une onde 1, polarisée selon  $Oz$ , et oscillant donc parallèlement à  $Oz$ . Il émet une onde d'amplitude (cf *supra*) proportionnelle à  $\sin \theta_1$ , où  $\theta_1$  est l'angle entre  $Oz$  et  $MO$ , soit  $\theta_1 = \pi/2$ , son amplitude est donc maximale.

Par contre un dipôle excité par une onde 2 polarisée selon  $Oy$ , l'onde est en  $\sin \theta_2$ , où  $\theta_2$  est l'angle entre  $Oy$  et  $MO$ , soit  $\theta_2 = \pi - \alpha$ , son amplitude n'est pas maximale et l'onde totale reçue en  $O$  est donc partiellement polarisée

(On ne parle pas de polarisation elliptique car les deux composantes sont incohérentes, mais c'est à peu près la même chose).

Le phénomène est le plus marqué si  $\alpha = \pi/2$ , auquel cas l'amplitude de la seconde onde diffusée est nulle et donc la lumière diffusée est polarisée selon  $Oz$ . Si le ciel est clément, nous le vérifierons pendant le TP-cours sur la polarisation de la lumière.

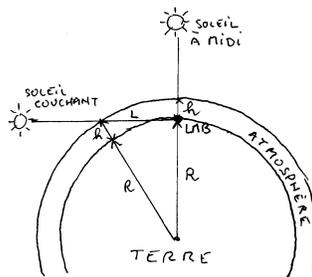
### Le soleil couchant

Il va de soi que la puissance diffusée par l'atmosphère est prélevée sur celle des rayons solaires. Leur amplitude décroît donc au fur et à mesure de leur progression dans l'atmosphère, selon la loi de BEER-LAMBERT, du reste. A midi, le soleil n'est pas loin de la verticale et ses rayons ne traversent qu'une trentaine de kilomètres d'atmosphère dense et l'affaiblissement est négligeable.

Par contre au soleil couchant, la longueur traversée est (cf figure ci-dessous) :

$$L = \sqrt{(R+h)^2 - R^2} = \sqrt{2hR + h^2} \approx \sqrt{2Rh}$$

soit avec  $R=6400$  km et  $h \approx 30$  km,  $L \approx 600$  km, soit vingt fois plus.

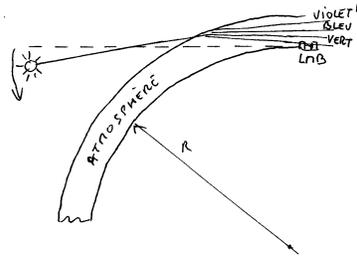


Dans ce cas, l'absorption n'étant pas la même pour toutes les longueurs d'onde, les rayons solaires ont complètement épuisé leurs composantes violette et bleue, diffusées fortement par l'atmosphère ; il ne reste qu'un peu de vert et beaucoup de jaune, orange et rouge, peu diffusés, d'où la couleur rouge-orangée du soleil couchant.

### Le rayon vert

Ajoutons à cela que l'atmosphère est un milieu dispersif et qu'elle décompose la lumière du soleil couchant à la manière d'un prisme. Quand le soleil plonge sous l'horizon, le spectre se décale vers le haut et finit par ne plus atteindre le sol, la dernière couleur à disparaître, puisqu'il n'y a plus ni bleu, ni violet, est donc le vert (cf figure ci-dessous).

C'est le célèbre rayon vert, difficile à observer, car il faut 600 km de ciel pur dans la direction du ponant.



### XXII-2.d Autres types de diffusion

La diffusion de RAYLEIGH se fait par les molécules d'air dont la taille est très petite par rapport à la longueur d'onde de la lumière. D'autres mécanismes entrent en jeu quand les particules diffusantes sont plus grosses (poussières, gouttes d'eau, cristaux de glace). Si elles sont informes (poussières), la diffusion relève de la diffraction et si elles ont une forme régulière (gouttes sphériques), la diffusion relève alors de l'optique géométrique. Nous nous en tiendrons là.